

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ (2001 г.)

ВАРИАНТ 1.1

1. Найти производную функции $u = u(x, y, z)$, $u(1, 1, 1) = 0$, в точке $(1, 1, 1)$ (функция u задается неявно уравнением $\sin(u+y-x)^2 + 10uz = 0$) вдоль направления касательного вектора к кривой, определяемой системой уравнений

$$\begin{cases} (x - y)^4 + zx = 1 \\ x^3 + y^3 + (y - z)^2 = 2. \end{cases}$$

2. Для рациональной матрицы $B = \begin{pmatrix} A & E \\ E & A \end{pmatrix}$ найти жорданову форму J , если $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$.

3. Найти уравнение цилиндра с направляющим вектором $(1, 1, 1)$, все образующие которого касаются эллипсоида

$$x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 1.$$

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ (2001 г.)

ВАРИАНТ 1.2

4. Найти площадь части поверхности F , отсекаемой цилиндром B

$$F : z = |x|^{3/2} + |y|^{3/2}, \quad B : |x| + |y| = 9, \quad 3y \geq x \geq y \geq 0.$$

5. Вычислить интеграл

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dz}{z^2 - (2 + i)z + 2i}.$$

6. Найти общее решение уравнения

$$y'' - 4iy = e^{\sqrt{2}t} \cos(\sqrt{2}t).$$

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ (2001 г.)

ВАРИАНТ 2.1

1. Найти производную функции $u = u(x, y, z)$, $u(1, 1, 1) = -2$, в точке $(1, 1, 1)$ (функция u задается неявно уравнением $\cos(u + xy + z) + 5u = -9$) вдоль направления касательного вектора к кривой, определяемой системой уравнений

$$\begin{cases} x^4 + (y - z)x = 1 \\ (x - 1)^3 + (y - x)^2 + z^2 = 1. \end{cases}$$

2. Для рациональной матрицы $B = \begin{pmatrix} E & A \\ A & E \end{pmatrix}$ найти жорданову форму J , если $A = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$.

3. Найти уравнение конуса с вершиной в точке $(1, 1, 1)$, все образующие которого касаются эллипсоида

$$x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 1.$$

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ (2001 г.)

ВАРИАНТ 2.2

4. Найти площадь части поверхности F , высекаемой цилиндром B

$$F : z = \sqrt{|x| + |y|}, \quad B : |x| + |y| = 1, \quad x \geq y \geq 0.$$

5. Вычислить интеграл

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dz}{z^2 + (3 - i)z - 3i}.$$

6. Найти общее решение уравнения

$$y'' - 16iy = e^{2\sqrt{2}t} \cos(2\sqrt{2}t).$$

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ (2001 г.)

ВАРИАНТ 3.1

1. Найти производную функции $u = u(x, y, z)$, $u(1, 1, 1) = 1$, в точке $(1, 1, 1)$ (функция u задается неявно уравнением $\cos(uxy - 1) + 3uz = 4$) вдоль направления касательного вектора к кривой, определяемой системой уравнений

$$\begin{cases} xy + (y - z)^2 + z^2 = 2 \\ x^2 + 2yz - x/z = 2. \end{cases}$$

2. Для рациональной матрицы $B = \begin{pmatrix} A & E \\ E & A \end{pmatrix}$ найти жорданову форму J , если $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

3. Найти уравнение конуса с вершиной в точке $(1, 1, 1)$ и сечением $x^2 - 2y^2 = 1$ плоскостью $z = 0$.

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ (2001 г.)

ВАРИАНТ 3.2

4. Найти площадь части поверхности F , высекаемой цилиндром B

$$F : z = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad B : x + y = 8, \quad y \geq x \geq 0.$$

5. Вычислить интеграл

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dz}{z^2 + (4 + i)z + 4i}.$$

6. Найти общее решение уравнения

$$y'' + 4iy = e^{\sqrt{2}t} \sin(\sqrt{2}t).$$

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ (2001 г.)

ВАРИАНТ 4.1

1. Найти производную функции $u = u(x, y, z)$, $u(1, 1, 1) = 1$, в точке $(1, 1, 1)$ (функция u задается неявно уравнением $\sin(2u^2 - x^2 - y^2) + 5(u + z)^2 = 20$) вдоль направления касательного вектора к кривой, определяемой системой уравнений

$$\begin{cases} (x - y - z)^4 + yz = 2 \\ x^2 - yx + z^3 = 1. \end{cases}$$

2. Для рациональной матрицы $B = \begin{pmatrix} E & A \\ A & E \end{pmatrix}$ найти жорданову форму J , если $A = \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$.

3. Найти уравнение цилиндра с направляющим вектором $(1, 1, 1)$ и сечением $x^2 + 2y^2 = 1 + z^2$ плоскостью $x + y + z = 1$.

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ (2001 г.)

ВАРИАНТ 4.2

4. Найти площадь части поверхности F , высекаемой цилиндром B

$$F : 2z = x^2 + y^2, \quad B : (x^2 + y^2)^2 = 2xy.$$

5. Вычислить интеграл

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dz}{z^2 - (3 + 2i)z + 6i}.$$

6. Найти общее решение уравнения

$$y'' + 16iy = e^{2\sqrt{2}t} \sin(2\sqrt{2}t).$$