

ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ (2008 г.)

ВАРИАНТ 1.1

1. Найти область дифференцируемости функции

$$f(x, y) = \cos \sqrt{x^2 + y^2 - xy}.$$

2. Найти корневые подпространства и углы между ними для линейного оператора $L : X \rightarrow AX$ в пространстве матриц $M_2(R)$, если

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}.$$

3. Найти уравнение эллипса, если известно, что

а) полуоси эллипса равны 3 и $2\sqrt{2}$, причем бóльшая полуось лежит на прямой $x + y = 0$;

б) эллипс проходит через точку $(3, 1)$.

ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ (2008 г.)

ВАРИАНТ 1.2

4. Пусть

$$F(\varepsilon) = \int_0^1 \left(\frac{\varepsilon x}{x^4 + 2\varepsilon x^2 + 16\varepsilon^2} + \cos^6 \varepsilon x \right) dx.$$

Найти $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} F(\varepsilon)$.

5. Найти интеграл, используя теорию вычетов,

$$\int_0^{2\pi} \frac{dt}{\cos 2t - \cos t + \alpha \sin t + i(\sin 2t - \sin t - \alpha \cos t + \alpha)},$$

$\alpha \neq -i, \alpha \neq 0$.

6. Сколько существует решений краевой задачи на отрезке $[0, T]$:

$$\begin{cases} x'' + 4x' + 5x = f(t), & 0 < t < T, \\ x|_{t=0} = 0, & (x' + 2x)|_{t=T} = 0 \quad - \quad ? \end{cases}$$

Выписать все решения.

ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ (2008 г.)

ВАРИАНТ 2.1

1. Найти область дифференцируемости функции

$$f(x, y) = \cos \sqrt{|x| + |y|}.$$

2. Найти корневые подпространства и углы между ними для линейного оператора $L : X \rightarrow AX$ в пространстве матриц $M_2(R)$, если

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

3. Найти уравнение гиперболы, если известно, что

- а) действительная и мнимая полуоси гиперболы равны $3\sqrt{2}$ и 5 соответственно, причем мнимая полуось лежит на прямой $x + y + 1 = 0$;
 б) гипербола проходит через точку $(3, 2)$.

ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ (2008 г.)

ВАРИАНТ 2.2

4. Пусть

$$F(\varepsilon) = \int_0^1 \left(\frac{\varepsilon x}{x^4 + 4\varepsilon x^2 + 8\varepsilon^2} + \sin^6 \varepsilon x \right) dx.$$

Найти $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} F(\varepsilon)$.

5. Найти интеграл, используя теорию вычетов,

$$\int_0^{2\pi} \frac{dt}{\cos 2t + \cos t + \beta \sin t + i(\sin 2t + \sin t - \beta \cos t - \beta)},$$

$\beta \neq i, \beta \neq 0$.

6. Сколько существует решений краевой задачи на отрезке $[0, T]$:

$$\begin{cases} x'' - 6x' + 10x = f(t), & 0 < t < T, \\ x|_{t=0} = 0, & (x' - 3x)|_{t=T} = 0 \quad - \quad ? \end{cases}$$

Выписать все решения.

ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ (2008 г.)

ВАРИАНТ 3.1

1. Найти область дифференцируемости функции

$$f(x, y) = \cos |xy|.$$

2. Найти корневые подпространства и углы между ними для линейного оператора $L : X \rightarrow AX$ в пространстве матриц $M_2(\mathbb{R})$, если

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

3. Найти уравнение эллипса, если известно, что

а) полуоси эллипса равны $2\sqrt{5}$ и $2\sqrt{7}$, причем бóльшая полуось лежит на прямой $x + 2y + 2 = 0$;

б) эллипс проходит через точку $(4, 2)$.

ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ (2008 г.)

ВАРИАНТ 3.2

4. Пусть

$$F(\varepsilon) = \int_0^1 \left(\frac{1}{(\varepsilon^2 x^2 + \varepsilon x + 1)^3} + \frac{\varepsilon^2}{x^3} \cdot e^{-\frac{\varepsilon}{x}} \right) dx.$$

Найти $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} F(\varepsilon)$.

5. Найти интеграл, используя теорию вычетов,

$$\int_0^{2\pi} \frac{dt}{\cos 2t - \sin t - \gamma \cos t + i(\sin 2t + \cos t - \gamma \sin t - \gamma)},$$

$\gamma \neq -i, \gamma \neq 0$.

6. Сколько существует решений краевой задачи на отрезке $[0, T]$:

$$\begin{cases} x'' - 4x' + 5x = f(t), & 0 < t < T, \\ x|_{t=0} = 0, & (x' - 2x)|_{t=T} = 0 \quad - \quad ? \end{cases}$$

Выписать все решения.

ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ (2008 г.)

ВАРИАНТ 4.1

1. Найти область дифференцируемости функции

$$f(x, y) = \sin \sqrt{x^2 + y^2 + xy}.$$

2. Найти корневые подпространства и углы между ними для линейного оператора $L : X \rightarrow AX$ в пространстве матриц $M_2(\mathbb{R})$, если

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

3. Найти уравнение гиперболы, если известно, что

а) действительная и мнимая полуоси гиперболы равны $2\sqrt{5}$ и 7 соответственно, причем мнимая полуось лежит на прямой $2x + y + 1 = 0$;

б) гипербола проходит через точку $(2, 5)$.

ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ (2008 г.)

ВАРИАНТ 4.2

4. Пусть

$$F(\varepsilon) = \int_0^1 \left(\frac{x}{(x^2 + \varepsilon x + 1)^3} + \frac{\varepsilon^4}{x^5} \cdot e^{-\frac{\varepsilon^2}{x^2}} \right) dx.$$

Найти $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} F(\varepsilon)$.

5. Найти интеграл, используя теорию вычетов,

$$\int_0^{2\pi} \frac{dt}{\cos 2t + \sin t - \delta \cos t + i(\sin 2t - \delta \sin t - \cos t + \delta)},$$

$\delta \neq i$, $\delta \neq 0$.

6. Сколько существует решений краевой задачи на отрезке $[0, T]$:

$$\begin{cases} x'' + 6x' + 10x = f(t), & 0 < t < T, \\ x|_{t=0} = 0, & (x' + 3x)|_{t=T} = 0 \quad - \quad ? \end{cases}$$

Выписать все решения.