

Государственный экзамен по математике

17 февраля 2008 г.

Часть II. Задачи на выбор

1. Верно ли следующее (доказать или опровергнуть):
 $A \vdash \Box A, \vdash A \rightarrow \Box A$?
2. Выводимы ли формулы: $\Diamond \Box A \rightarrow \Box \Diamond A, \Box \Diamond A \rightarrow \Diamond \Box A$?
3. Пусть вершинами графа являются клетки шахматной доски. Две клетки считаются смежными, если из одной в другую можно попасть ходом коня. Найти мощность наибольшего независимого множества вершин этого графа.
4. Найти реберное хроматическое число полного графа на 10 вершинах.
5. Исследовать на NP-полноту задачу определения по семейству из m подмножеств конечного множества X , в объединении содержащих все элементы из X , и числу $k \leq m$ такого его подсемейства из k подмножеств, которые в объединении содержат все элементы из X .
6. Показать, что класс регулярных множеств содержится в классе терминальных языков сетей Петри.
7. Найти порождающую и проверочную матрицы двоичного циклического кода длины 7 с порождающим многочленом

$$g(x) = (x + 1)(x^3 + x + 1).$$

Построить код и определить его параметры.

8. Найти проверочную матрицу линейного кода, построить код, определить кодовое расстояние, если известна порождающая матрица кода

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

9. Доказать, что в любой топологии семейство открытых компактных множеств относительно объединения с пустым множеством образует дистрибутивную решетку.
10. Доказать, что в хаусдорфовом пространстве любое компактное множество замкнуто.